

# شبیه‌سازی ارتعاش‌های غیرخطی المان‌های لاستیکی در قطارهای مسافری

داود یونسیان<sup>۱\*</sup> و حسن شکراللهی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> استادیار دانشکده مهندسی راه‌آهن - دانشگاه علم و صنعت ایران

<sup>۲</sup> دانش‌آموخته کارشناسی دانشکده مهندسی راه‌آهن - دانشگاه علم و صنعت ایران

(تاریخ دریافت ۸۷/۷/۱۵، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۸/۱۰/۳، تاریخ تصویب ۸۸/۱۲/۱۹)

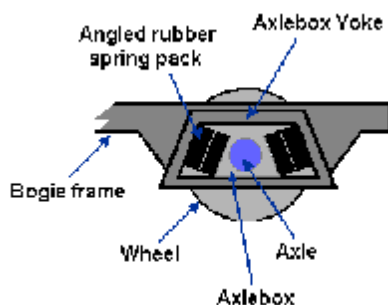
## چکیده

در این مقاله ارتعاش‌های غیرخطی فنرهای لاستیکی مورد استفاده در سامانه تعلیق قطارهای مسافری مورد مطالعه قرار می‌گیرد. مدل لاستیک غیرخطی که اعتبار آن در مقالات مختلف به صورت تجربی اثبات شده است، در شبیه‌سازی دینامیکی راحتی سفر یک قطار مسافری به کار گرفته می‌شود. تحریک اعمال شده به این مدل، ناهمواری سطح ریل برای پنج کلاس ریل مختلف است. با شبیه‌سازی و به کارگیری روش عددی، همه ویژگی‌های غیرخطی لاستیک مدلسازی می‌شود. همچنین معادل‌سازی فنر لاستیکی غیرخطی با سفتی و میرایی خطی معادل، مورد بررسی قرار می‌گیرد. یک روش خطی‌سازی جدید وزنی بر اساس تقویت فرکانس‌های اطراف فرکانس‌های قله در فیلتر اسپرلینگ ارائه شده، درستی آن در بازه‌های مختلف سرعت تحقیق می‌شود. در یک مطالعه پارامتریک، تأثیر عوامل مختلف از جمله سرعت سیر واگن، خواص مکانیکی لاستیک و کلاس خط روی شاخص‌های راحتی سفر و سفتی و میرایی معادل المان‌های لاستیکی بررسی می‌شود.

**واژه‌های کلیدی:** لاستیک، ارتعاش‌های غیرخطی، راحتی سفر، سامانه تعلیق، قطارهای مسافری

## مقدمه

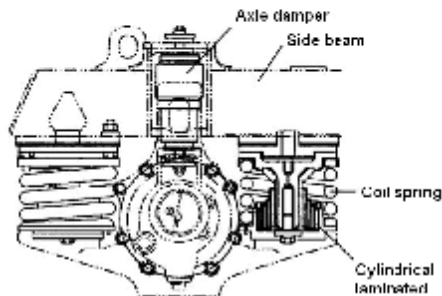
فنرهای لاستیکی یکی از اجزای مهم در وسایل نقلیه و همین‌طور در کاربردهای مهندسی هستند. در وسایل نقلیه ریلی این اجزا می‌توانند در سامانه تعلیق اولیه یا ثانویه به صورت بوش یا ضربه‌گیرهای نرم استفاده شوند. نمونه‌هایی از کاربردهای لاستیک در شکل‌های (۱) و (۲) نشان داده شده است. شکل (۱) نمونه‌ای از استفاده لاستیک در سامانه تعلیق اولیه واگن مسافری را نشان می‌دهد. در شکل (۲) کاربردهای دیگری از فنرهای لاستیکی در سامانه تعلیق، شامل فنر شورون، فنر غلتشی، کاربرد ترکیبی لاستیک با فنر مارپیچ و فنر یاتاقانی نشان داده شده است [۱]. استفاده از اجزای لاستیکی در وسایل نقلیه ریلی مزایای زیادی دارد؛ از آن جمله می‌توان به کاهش سر و صدای اجزای سامانه تعلیق قطار با وجود المان‌های لاستیکی، افزایش راحتی سفر، داشتن آزادی عمل برای انتخاب هندسه، قرارگیری ترکیبی با صفحات فلزی و داشتن آزادی عمل در انتخاب خواص مکانیکی اجزا در جهات مختلف اشاره کرد. همچنین اجزای لاستیکی سبک هستند و به طور معمول به فضای زیادی نیاز ندارند.



شکل ۱: شماتیک نمونه‌ای از سامانه تعلیق با فنر لاستیکی (Rubber axlebox suspension).

المان لاستیک، به دلیل میرا کردن ارتعاش‌هایی با فرکانس بالا و وجود همزمان سفتی و میرایی در این المان، در سامانه تعلیق قطارهای مسافری به طور وسیعی استفاده می‌شود. به عنوان نمونه در سامانه تعلیق بوژی سری ۳۰۰ شینکانسن، بوژی ETR-460 و بوژی قطار X-2000 از فنرهای لاستیکی استفاده شده است [۲].

از جمله معایب لاستیک، عمر خستگی پایین آن و عملکرد یک بعدی آن است. برای برطرف کردن این عیوب و افزودن قابلیت‌های بیشتر به آن، اغلب از لاستیک تقویت‌شده با ورق‌های فولادی (شورون) در سامانه تعلیق

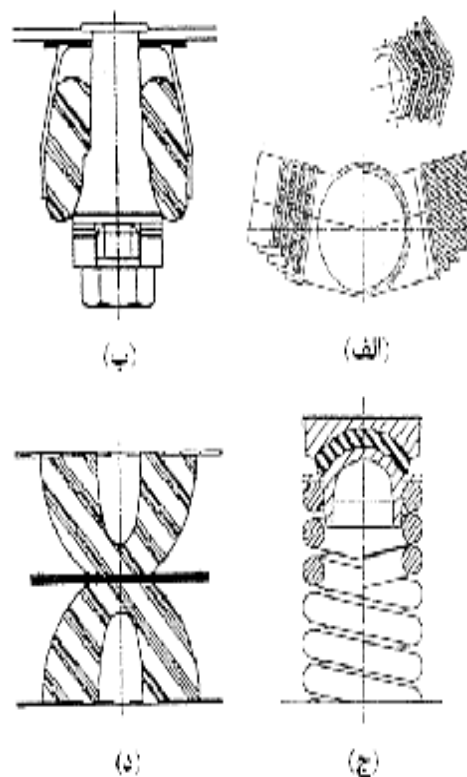


شکل ۳: فنر لاستیکی در بوژی سری ۳۰۰ شینکانسن [۲].

اوسترل [۳] در رساله دکترای خود با عنوان مدل‌سازی الاستیسیته و میرایی برای الاستومرها، در زمینه خصوصیات لاستیک و ویژگی‌های مکانیکی آن شرح جامعی دارد که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است. در زمینه راحتی سفر، وو و یانگ مقاله‌ای با عنوان پاسخ حالت پایدار و راحتی سفر برای عبور از پل‌ها ارائه کرده‌اند. در این مقاله، اندیس راحتی سفر اسپرلینگ و ماکزیمم شتاب، به عنوان معیارهایی برای تعیین حد راحتی سفر، مورد استفاده قرار گرفته است. در این مقاله اشاره شده است که با به کارگیری مقادیر مختلف ناهمواری سطح ریل می‌توان نشان داد که حد راحتی سفر در سرعت‌های متوسط به بالا یعنی ۴۰۰-۱۵۰ کیلومتر بر ساعت به طور تقریبی مستقل از سرعت است [۴]. کارگر نوین و یونسیان در مقاله‌ای با عنوان راحتی سفر قطارهای تندروی گذرنده از پل‌های راه‌آهن، موضوعات مختلفی را در این زمینه مورد محاسبه قرار داده‌اند، از آن جمله می‌توان به اثرات خطی‌سازی رفتار المان‌های لاستیکی سامانه تعلیق قطار بر دقت بررسی راحتی سفر، بررسی تأثیر میزان ناهمواری سطح ریل (کلاس خط) بر راحتی سفر، مطالعه اثرات سفتی و میرایی سامانه تعلیق بر راحتی سفر و تأثیر سرعت قطار بر راحتی سفر اشاره کرد [۵]. یاو در مقاله‌ای، راحتی سفر قطارهای عبوری از پل‌ها را بررسی کرده است. وی با در نظر گرفتن ماکزیمم شتاب به عنوان شاخص راحتی سفر و با به کارگیری روش اجزای محدود نشان داده است که ناهمواری سطح ریل، سختی

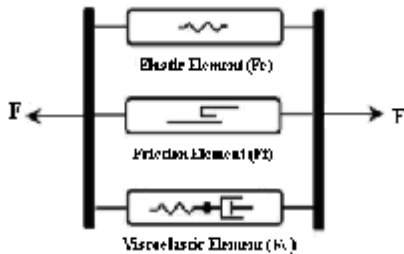
استفاده می‌شود. با استفاده از صفحات فلزی با هندسه‌های مختلف می‌توان از سفتی و میرایی لاستیک در جهات مختلف استفاده کرد و قابلیت تحمل برش را به فنر ترکیبی به دست‌آمده افزود. همچنین با این کار، عمر فنر افزایش و هزینه نگهداری و تعمیر آن کاهش می‌یابد. به عنوان نمونه‌هایی از کاربرد ترکیبی فنر لاستیکی در سامانه تعلیق می‌توان به بوژی سری ۳۰۰ شینکانسن و بوژی قطار پرسرعت X-2000 اشاره کرد [۲]. شکل (۳) بوژی سری ۳۰۰ شینکانسن و اجزای آن را نشان می‌دهد.

درباره تحلیل دینامیکی لاستیک، مقالات اندکی ارائه شده است و بالاخص در مورد به کارگیری المان لاستیک در سامانه تعلیق واگن و مدل‌های آن، تحقیقات کمتری در دسترس است. با کاوش در موتورهای جستجو می‌توان نتیجه گرفت که مقالات و گزارش‌های اندکی در زمینه مدل‌سازی المان‌های لاستیکی مورد استفاده در قطار منتشر شده است که در اغلب آنها به بررسی رفتار این المان‌ها به طور مجزا و مستقل از دیگر اجزاء شامل بدنه و بوژی پرداخته شده است.



شکل ۲: نمونه‌هایی از کاربرد لاستیک در سامانه تعلیق قطار: (الف) فنر شورون (chevron)، (ب) فنر غلتشی، (ج) نشیمن ارتجاعی فنر ماریج و (د) فنر یاتاقانی (bearer).

لاستیکی در آنالیز دینامیکی وسایل نقلیه ریلی، یک مدل یک‌بعدی برای المان لاستیک ارائه کرده‌است [۱۵]. وی با انجام آزمایش‌هایی نشان داده است که مدل وی در محدوده فرکانس ۲۰-۰ هرتز پاسخ قابل قبول دارد. این مدل در شکل (۴) نشان داده شده است.



شکل ۴: اساس مدل لاستیک ارائه شده توسط پرگ برای مدل‌سازی لاستیک.

مطابق با این مدل، نیروی وارد بر لاستیک، جمع آثار سه نیروی  $F_e$  (نیروی الاستیک)،  $F_f$  (نیروی اصطکاک) و  $F_v$  (نیروی ویسکوالاستیک ماکسول) خواهد بود (رابطه (۱)).

$$F = F_e + F_f + F_v \quad (1)$$

نیروی اصطکاک  $F_f$  در این مدل، همچون نیروی الاستیک، به جا به جایی المان ( $x$ ) وابسته است. نیروی اصطکاک به موقعیت مرجع  $(x_s, F_{fs})$  در نمودار نیروی اصطکاک بر حسب جا به جایی نیز وابسته است. دو عامل مدل  $x_2$  و  $F_{fmax}$  برای بخش اصطکاک مدل معرفی می‌شوند.  $x_2$  جا به جایی لازم برای رسیدن نیروی اصطکاک از  $F_f=0$  به  $F_f=F_{fmax}/2$  است. مقدار ناچیز جا به جایی اصطکاک  $x_2$  یک افزایش نیروی زیاد و سفتی اصطکاک بزرگ ایجاد می‌کند.

نیروی اصطکاک  $F_f$  به نحوه تغییر  $x$  نسبت به جا به جایی مرجع  $x_s$  وابسته است و با این معادلات تعیین می‌شود:

$$\text{برای } x = x_s$$

$$F_f = F_{fs} \quad (2)$$

برای  $x > x_s$  یا افزایش  $x$

$$F_f = F_{fs} + \frac{x - x_s}{x_2(1 - \alpha) + (x - x_s)} (F_{fmax} - F_{fs}) \quad (3)$$

برای  $x < x_s$  یا کاهش  $x$

بالا است، سفتی و میرایی سامانه تعلیق، هر یک بر راحتی سفر تأثیر می‌گذارد [۶]. همچنین لین پاسخ دینامیکی قطار تحریک شده با ناهمواری سطح ریل را هنگام عبور از پل راه آهن مورد بررسی قرار داده است [۷]. لو و همکارانش به بررسی اثر بارگذاری روی فنرهای لاستیکی مورد استفاده در سامانه تعلیق قطارهای مسافری پرداخته‌اند [۸]. آنها همچنین روشی برای یافتن طراحی بهینه اجزای لاستیکی از لحاظ خستگی، ارائه کرده‌اند [۹].

استفاده از اجزای لاستیکی در کاربردهای پیشرفته مهندسی، مانند وسایل نقلیه ریلی، نیازمند داشتن درک خوبی از خواص مکانیکی لاستیک است. اطلاعات بیشتر را می‌توان در آثار منتشرشده از افرادی چون فریکلی و پاین [۱۰]، فری [۱۱]، هریس و استیونسون [۱۲] و یو [۱۳] در این رابطه، به دست آورد.

فنر خطی موازی با یک دمپر ویسکوز خطی یک مدل بسیار ساده و پرکاربرد برای اجزای لاستیکی است. اما این مدل رفتار غیرخطی (اصطکاک) فنر لاستیکی و وابستگی میرایی به فرکانس را در بر نمی‌گیرد. برای کاربردهای ریلی پیشرفته، مثلاً قطارهای پر سرعت، مدل مناسبی نیست. مدل‌های یک بعدی پیشرفته‌تر توسط ایکهوف [۱۴] و آوسترل [۳] ارائه شده است. لازم به ذکر است در این مقاله از مدل ارائه شده توسط پرگ [۱۵] برای مدل‌سازی فنر لاستیکی استفاده خواهد شد.

اهدافی که در این مقاله دنبال می‌شود به این شرح است:

۱- استفاده از مدل مناسب لاستیک در مدل سواری<sup>۱</sup> سامانه تعلیق قطار و بررسی ویژگی‌های مدل به دست آمده.

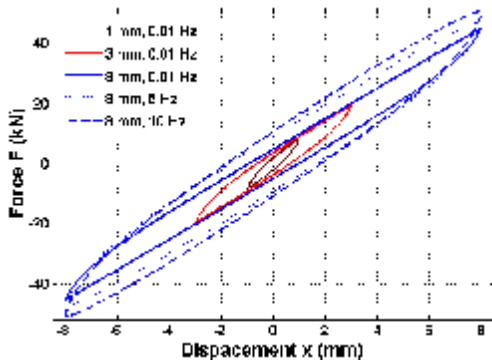
۲- بررسی اثرات عوامل مختلف مانند ناهمواری سطح ریل، سرعت وسیله نقلیه ریلی، نوع لاستیک و... بر راحتی سفر.

۳- ارائه دو روش برای معادل‌سازی المان غیرخطی لاستیک با اجزای خطی و مقایسه نتایج سامانه‌های معادل حاصل و سامانه غیرخطی.

## مدل لاستیک

همان طور که ذکر شد، برای مدل‌سازی فنر لاستیکی، در این مقاله، از مدلی که پرگ ارائه کرده است استفاده می‌شود. وی در مقاله‌ای با عنوان مدلی برای فنرهای

قابل مشاهده است که با کاهش دامنه، شیب حلقه نیرو-جا به جایی به خط قائم میل می‌کند. همچنین با افزایش فرکانس، هیستریزس افزایش می‌یابد و دامنه نیرو نیز کمی افزایش می‌یابد.



شکل ۵: نمودار نیرو-جا به جایی برای تحریک هارمونیک با دامنه و فرکانس‌های مختلف.

به عنوان یک نمونه دیگر، تحریک هارمونیک جمع شده با تابع شیب را بررسی می‌کنیم. این نوع تحریک مشابه شرایط گذر قطار از قوس خط است. بخش تابع شیب قسمت شبه استاتیک تحریک و بخش هارمونیک قسمت دینامیک آن را فراهم می‌کند. قسمت هارمونیک تحریک، دارای دامنه ۲.۳۷ میلی‌متر و فرکانس ۵ هرتز است. نمودار تابع تحریک در شکل (۶) نشان داده شده است. عوامل مدل فنر لاستیکی مورد استفاده در این بخش، در جدول (۲) نمایش داده شده است.

جدول ۲: مشخصات مدل فنر لاستیکی مورد بررسی در تحریک دوزنقه‌ای [۱۵].

پارامتر مدل	نماد	مقدار
سفتی الاستیک	$K_e$	0.65 kN/mm
ماکزیم نیروی اصطکاکی	$F_{fmax}$	1.6 kN
جابجایی اصطکاکی	$x_2$	5 mm
سفتی المان ماکسول	$K_v$	0.14 kN/mm
میرایی المان ماکسول	C	0.023 kNs/mm

نمودار نیرو-جا به جایی حاصل از اعمال تحریک دوزنقه‌ای به لاستیک در شکل (۷) نشان داده شده است. در نمودار شکل (۸)، تغییرات نیرو بر حسب جا به جایی لاستیک برای یک تحریک هارمونیک با دامنه ۱/۵ میلی‌متر و فرکانس ۱ هرتز رسم شده است. خط سیاه نتایج اندازه‌گیری تجربی [۱۵] و خط چین مربوط به نتایج

$$F_f = F_{fs} + \frac{x - x_s}{x_2(1 + \alpha) - (x - x_s)} (F_{fmax} + F_{fs}) \quad (4)$$

که در آن

$$\alpha = \frac{F_{fs}}{F_{fmax}} \quad (5)$$

و متغیر بین ۱- تا ۱ است.

می‌توان نشان داد که دامنه نیروی حالت پایدار  $F_{f0}$  و اتلاف انرژی در هر سیکل  $E_f$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F_{f0} = \frac{F_{fmax}}{2x_2} (\sqrt{x_2^2 + x_0^2 + 6x_2x_0} - x_2 - x_0) \quad (6)$$

$$E_f = 2F_{fmax} \left( 2x_0 - x_2(1 + \alpha_0)^2 \ln \frac{x_2(1 + \alpha_0) + 2x_0}{x_2(1 + \alpha_0)} \right) \quad (7)$$

که  $\alpha_0 = F_{f0}/F_{fmax}$  بنابراین  $F_{f0}$  و  $E_f$  تابع دامنه جا به جایی  $x_0$  و عوامل اصطکاکی مدل  $x_2$  و  $F_{fmax}$  هستند. با توجه به تعاریف سفتی ( $S_f$ ) و میرایی ( $D_f$ ), برای بخش اصطکاکی داریم:

$$S_f = \frac{F_{f0}}{x_0} = \frac{F_{fmax}}{2x_2x_0} (\sqrt{x_2^2 + x_0^2 + 6x_2x_0} - x_2 - x_0) \quad (8)$$

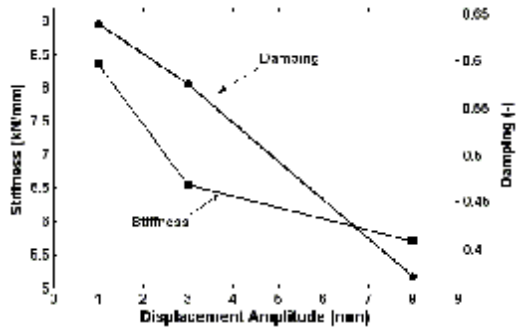
$$D_f = \frac{E_f}{F_{f0}x_0} = \frac{2}{\alpha_0x_0} \left( 2x_0 - x_2(1 + \alpha_0)^2 \ln \frac{x_2(1 + \alpha_0) + 2x_0}{x_2(1 + \alpha_0)} \right) \quad (9)$$

در این بخش پاسخ مدل فنر لاستیکی به تحریک هارمونیک بررسی می‌شود. برای این منظور با اعمال جا به جایی هارمونیک با دامنه و فرکانس مشخص، جا به جایی و نیروی فنر بر حسب زمان به دست آمده، با حذف زمان نمودار نیرو-جا به جایی فنر استخراج می‌شود. مشخصات فنر لاستیکی مورد مطالعه در این بخش در جدول (۱) آمده است.

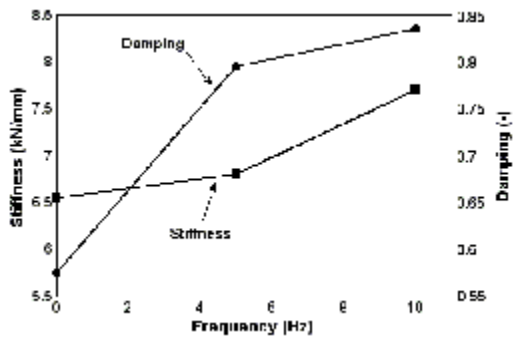
جدول ۱: مشخصات مدل فنر لاستیکی مورد بررسی در تحریک هارمونیک [۱۵].

پارامتر مدل	نماد	مقدار
سفتی الاستیک	$K_e$	5 kN/mm
ماکزیم نیروی اصطکاکی	$F_{fmax}$	6 kN
جابجایی اصطکاکی	$x_2$	0.5 mm
سفتی المان ماکسول	$K_v$	1.5 kN/mm
میرایی المان ماکسول	C	0.02 kNs/mm

شکل (۵) نمودار نیرو بر حسب جا به جایی برای چند تحریک هارمونیک مختلف را با فرکانس‌های ۱، ۵ و ۱۰ هرتز و دامنه‌های ۱، ۳ و ۸ میلی‌متر نشان می‌دهد.



شکل ۹: نمودار سفتی و میرایی بر حسب دامنه جا به جایی؛ برای فرکانس ۰/۰۱ هرترتز.



شکل ۱۰: نمودار سفتی و میرایی بر حسب فرکانس تحریک؛ برای دامنه تحریک ۳ میلی متر.

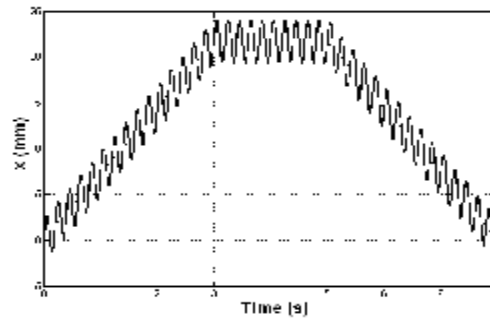
### ناهمواری سطح ریل

ناهمواری سطح ریل، ماهیت اتفاقی داشته با توزیع احتمال نرمال یا گوسی و مقدار میانگین صفر در نظر گرفته می شود. این ناهمواری ها با استفاده از توابع چگالی تراکم طیفی<sup>۲</sup> (PSD) به شکل  $G_{rr}(\omega)$  مشخص می شوند که  $\omega$  فرکانس ناهمواری مسیر است. فرایبای توابع چگالی تراکم طیفی مختلفی را که اغلب به کار می روند، به طور خلاصه معرفی کرده است [۱۶]. در این مقاله از PSD های بر اساس اندازه گیری خطوط راه آهن آمریکا استفاده می شود که با رابطه تجربی (۱۰) برای ناهمواری سطح ریل معرفی می شود.

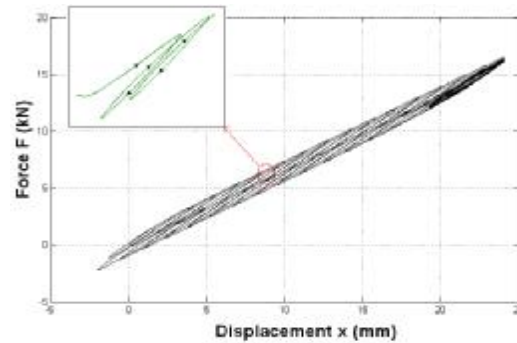
$$G_{rr}(\omega) = \frac{A\omega_2^2(\omega^2 + \omega_1^2)}{\omega^4(\omega^2 + \omega_2^2)} \quad (10)$$

که در رابطه (۱۰)،  $A$ ،  $\omega_1$  و  $\omega_2$  با اندازه گیری واقعی به دست آمده اند. این مقادیر برای کلاس های مختلف خط در جدول (۳) آمده است.

شبه سازی است که نتایج تطابق بسیار خوبی دارد.

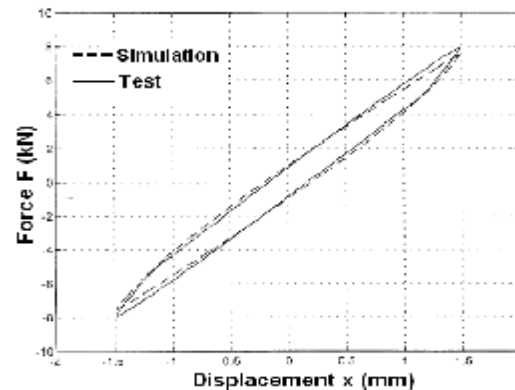


شکل ۶: نمودار تابع تحریک دوزنقه ای.



شکل ۷: نمودار نیرو- جا به جایی برای تحریک دوزنقه ای.

المان لاستیک را می توان با استفاده از سفتی و میرایی معادل، معادل سازی کرد. می توان نشان داد که با افزایش دامنه تحریک، میزان سفتی و میرایی معادل کاهش می یابد. به عنوان نمونه، شکل (۹) این موضوع را برای فرکانس تحریک ۰/۰۱ هرتز نشان می دهد (این روند به طور مشابه در فرکانس های ۵ و ۱۰ هرتز نیز مشاهده می شود). همچنین با افزایش فرکانس تحریک، میزان سفتی و میرایی معادل افزایش خواهد یافت (شکل ۱۰).



شکل ۸: نمودار نیرو بر حسب جا به جایی برای تحریک وارد شده به لاستیک؛ تحریک با دامنه ۱/۵ میلی متر و فرکانس ۱ هرترتز.

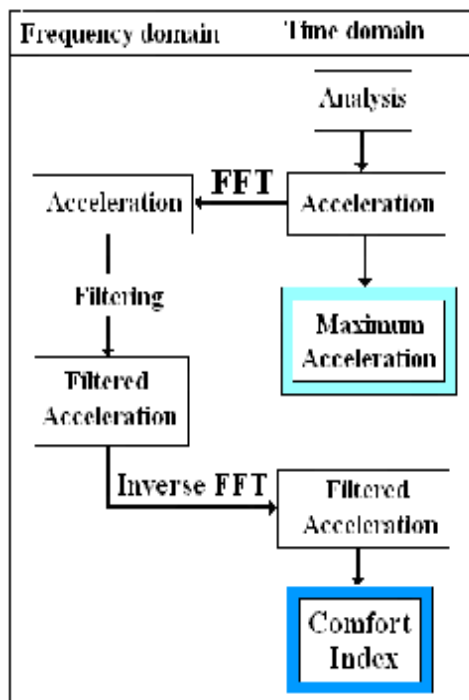
استاندارد SNCF تعیین شده است و دیگری شتاب ۱ متر بر مجذور ثانیه که کمیته استانداردسازی اروپا این حد را تعیین کرده است [۵].

برای محاسبه اندیس راحتی سفر، ابتدا شتاب از حوزه زمان به حوزه فرکانس انتقال می‌یابد. این کار با استفاده از تبدیل فوریه و در این مقاله با استفاده از نرم‌افزار MATLAB انجام می‌گیرد. سپس با استفاده از فیلتر مناسب، شتاب فیلتر شده به دست می‌آید. در نهایت با استفاده از تبدیل فوریه معکوس، شتاب فیلتر شده به حوزه زمان منتقل می‌شود. فیلتری که در این مقاله از آن استفاده می‌شود، فیلتر اسپرلینگ است. این فیلتر با معادله (۱۵) تعریف می‌شود:

$$H(f) = 0.588 \sqrt{\frac{1.911f^2 + (0.25f^2)^2}{(1 - 0.277f^2)^2 + (1.563f - 0.0368f^3)^2}} \quad (15)$$

که در این معادله  $f$  فرکانس و بر حسب هرتز است. در نهایت شتاب فیلتر شده به حوزه زمان بازگردانده می‌شود و با محاسبه ریشه میانگین مربعی شتاب،  $a^{WRMS}$  اندیس راحتی سفر با استفاده از رابطه (۱۶) محاسبه می‌شود.

$$Comfort\ Index = 4.42(a^{WRMS})^{0.3} \quad (16)$$



شکل ۱۱: روند تحلیل در حوزه‌های مختلف.

جدول ۳: ضرایب تعیین‌کننده ناهمواری سطح برای کلاس‌های خط مختلف [۱۶].

Rail Class	1	2	3	4	5
A (cm <sup>3</sup> )	15.53	8.85	4.92	2.75	1.57
$\omega_1$ (m <sup>-1</sup> )	0.0233				
$\omega_2$ (m <sup>-1</sup> )	0.131				

یک تابع نمونه  $r^d(x)$  برای ناهمواری سطح ریل با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو<sup>۳</sup> به دست می‌آید:

$$r^d(x) = \sum_{k=1}^N a_k \cos(\omega_k x + \phi_k) \quad (11)$$

که  $a_k$  دامنه موج کسینوسی،  $\omega_k$  فرکانس بین بازه  $[\omega_1, \omega_u]$  است که در این بازه تابع تراکم طیفی تعیین می‌شود.  $\phi_k$  زاویه فاز اتفاقی با توزیع احتمال گوسی یکنواخت در بازه  $[0, 2\pi]$ ،  $x$  مسافت و  $N$  تعداد کل جملات مورد استفاده برای ساختن ناهمواری سطح ریل است.

عوامل  $a_k$  و  $\omega_k$  با استفاده از روابط (۱۲) تا (۱۴) محاسبه می‌شوند:

$$a_k = 2\sqrt{G_{rr}(\omega_k)\Delta\omega} \quad k=1,2,\dots,N \quad (12)$$

$$\omega_k = \omega_1 + (k-1/2)\Delta\omega \quad k=1,2,\dots,N \quad (13)$$

$$\Delta\omega = (\omega_u - \omega_1) / N \quad (14)$$

که در این معادلات  $\omega_1$  و  $\omega_u$  به ترتیب حد بالایی و پایینی فرکانس  $\omega$  و  $N$  یک عدد صحیح به اندازه کافی بزرگ است. با نوشتن یک برنامه رایانه‌ای با استفاده از بسط مونت کارلو (۱۱) در نرم‌افزاری مانند MATLAB می‌توان تابع ناهمواری سطح ریل را بر حسب مسافت  $x$  و برای کلاس‌های مختلف خط به دست آورد. با داشتن سرعت قطار عبوری می‌توان نمودار ناهمواری سطح ریل را بر حسب زمان به دست آورد.

### شاخص‌های راحتی سفر

در این مقاله، شاخص‌های ماکزیمم شتاب و اندیس راحتی سفر اسپرلینگ<sup>۴</sup> به عنوان دو معیار برای سنجش راحتی سفر، مورد توجه قرار می‌گیرند. معیار ماکزیمم شتاب، نتیجه تحلیل در حوزه زمان است و اندیس راحتی سفر از تحلیل در حوزه فرکانس نتیجه می‌شود؛ مطابق شکل (۱۱).

برای ماکزیمم شتاب قائم وسیله نقلیه، دو مقدار حدی<sup>۵</sup> تعریف می‌شود؛ یکی شتاب  $0.05g$  که توسط



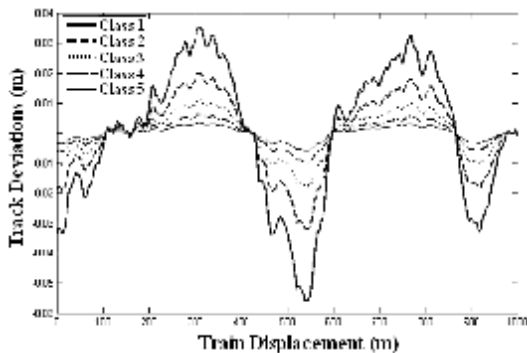
با به کارگیری روش های حل عددی می توان این معادلات را حل کرد و پاسخ هر یک از درجات آزادی را به تحریک اعمال شده، مورد بررسی قرار داد.

برای حل معادلات از روش حل عددی رانگ-گوتا مرتبه ۴ استفاده شده است. با محاسبه شتاب قائم واگن، شاخص های راحتی سفر محاسبه می شود.

### اعمال تحریکها و گرفتن نتایج

تحریک های اعمال شده به صورت ناهمواری سطح ریل برای کلاس های ۱ تا ۵ خط، در نظر گرفته شده اند. پنج تحریک مختلف مورد استفاده در این بخش در شکل (۱۴) نشان داده شده است. مشخصات واگن مدلسازی شده، در جدول (۴) آمده است.

برای المان لاستیک از سه نوع لاستیک مختلف استفاده می شود که مشخصات آنها در جدول (۵) آمده است. برای هر یک از لاستیک های جدول (۵) می توان سفتی و میرایی معادل را به دست آورد و به جای المان غیرخطی لاستیک، از سفتی و میرایی خطی استفاده کرد. در اینجا با دو روش میزان سفتی و میرایی معادل محاسبه شده و هر یک به عنوان یک سامانه تعلیق ثانویه و به طور مجزا مورد تحلیل قرار می گیرد.



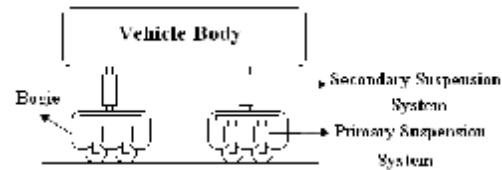
شکل ۱۴: ناهمواری سطح ریل برای کلاس های خط ۱ تا ۵؛ برای مسافت یک کیلومتر.

جدول ۴: مشخصات واگن مورد استفاده در مدل سازی [۴].

مقدار	نماد	پارامتر مدل
41.75 t	$m_w$	جرم واگن
3.04 t	$m_b$	جرم بوژی
2080 t-m <sup>2</sup>	I	گشتاور اینرسی واگن
8.75 m	L	نصف فاصله دو بوژی
4720 kN/m	$K_p$	سفتی سامانه تعلیق اولیه
156.8 kNs/m	$C_p$	میرایی سامانه تعلیق اولیه

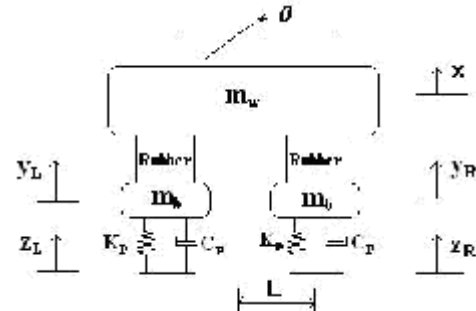
### مدلسازی

سامانه تعلیق واگن قطار به دو بخش سامانه تعلیق اولیه و ثانویه تقسیم می شود؛ سامانه تعلیق اولیه بین چرخ ها و بوژی قرار دارد و سامانه تعلیق ثانویه بین بدنه واگن و بوژی قرار دارد. شکل (۱۲) نمایی از سامانه تعلیق واگن را نشان می دهد.



شکل ۱۲: سامانه تعلیق واگن.

برای بررسی رفتار لاستیک در سامانه تعلیق قطار، المان لاستیک را به جای سامانه تعلیق ثانویه قرار می دهیم، مطابق شکل (۱۳) و با وجود این سامانه تعلیق جدید، با اعمال تحریک ناهمواری های مختلف خط، اندیس راحتی سفر را برای سرعت های مختلف می یابیم. تحریک وارد شده به چرخ (ناهمواری خط) توسط دو متغیر  $Z_L$  و  $Z_R$  به ترتیب برای بوژی های سمت چپ و راست در نظر گرفته شده است. شکل (۱۳) مدل ارائه شده به همراه درجات آزادی را نشان می دهد. در این شکل  $m_w$  جرم واگن و  $m_b$  جرم بوژی است.



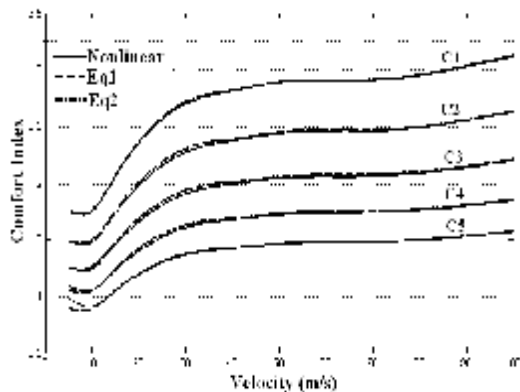
شکل ۱۳: مدل سامانه تعلیق واگن همراه با المان لاستیکی.

اکنون معادلات سامانه ارتعاشی ارائه شده، به صورت معادلات (۱۷) به دست می آید:

$$\begin{cases} m_w \ddot{x} + \text{Force}(x + L\theta - y_R) + \text{Force}(x - L\theta - y_L) = 0 \\ I\ddot{\theta} + \text{Force}(x - L\theta - y_L) \times L - \text{Force}(x + L\theta - y_R) \times L = 0 \\ m_b \ddot{y}_L + C_p(\dot{y}_L - \dot{z}_L) + K_p(y_L - z_L) - \text{Force}(x - L\theta - y_L) = 0 \\ m_b \ddot{y}_R + C_p(\dot{y}_R - \dot{z}_R) + K_p(y_R - z_R) - \text{Force}(x + L\theta - y_R) = 0 \end{cases} \quad (17)$$

که در این معادلات،  $F_L$  و  $F_R$  نیروهای وارد شده به لاستیک، ناشی از تحریکی که به آن وارد می شود، است.

است که مسافر احساس ناخوشایندتری خواهد داشت. به طوری که ملاحظه می‌شود اندیس راحتی سفر در کلاس خط ۱ در سرعت‌های بالا، وارد ناحیه پنجم راحتی سفر شده که بدترین حالت در بین بقیه کلاس‌های خط است.



شکل ۱۵: اندیس راحتی سفر برای واگن عبوری با سرعت‌های مختلف و کلاس‌های خط مختلف مربوط به لاستیک نوع ۱.

در نمودار شکل (۱۵)، سه ناحیه مختلف قابل تمایز است. ناحیه اول با افزایش خطی اندیس راحتی سفر تا سرعت حدود ۳۰ متر بر ثانیه همراه است. ناحیه دوم که اندیس دارای مقدار تقریباً ثابتی است و تا سرعت حدود ۸۰ متر بر ثانیه ادامه می‌یابد. ناحیه سوم برای سرعت‌های بالای ۸۰ متر بر ثانیه که با افزایش خطی مجدد اندیس همراه است. در سرعت‌های تقریباً ۸۰ متر بر ثانیه صرف نظر از کلاس خط، شیب نمودار تقریباً مقدار یکسانی است. با توجه به شکل (۱۵)، درباره فنرهای لاستیکی معادل می‌توان گفت نتایج به طور قابل قبولی با فنرهای واقعی همسانی دارد، به طوری که در مورد خط کلاس ۵، به جز در سرعت‌های ابتدایی، نتایج فنرهای معادل منطبق بر نمونه واقعی آن است.

نمودار ماکزیمم شتاب قائم بر حسب سرعت برای لاستیک نوع ۱ و با کلاس‌های خط مختلف در شکل (۱۶) نشان داده شده است. در این نمودار با افزایش سرعت و کاهش کلاس خط، مقدار ماکزیمم شتاب قائم افزایش می‌یابد و حد راحتی سفر کاهش می‌یابد. آن چه که در این نمودار قابل توجه است این است که با افزایش کلاس خط، روند افزایش ماکزیمم شتاب با شیب ملایم‌تری انجام می‌گیرد.

#### جدول ۵: مشخصات لاستیک‌های مورد استفاده در مدل‌سازی [۱۵].

واحد	مقدار			پارامتر مدل
	R3	R2	R1	
kN/mm	0.65	4.3	5	$K_e$
kN	1.6	1.6	6	$F_{fmax}$
mm	5	0.35	0.5	$X_2$
kN/mm	0.14	1.1	1.5	$K_v$
kNs/mm	0.0023	0.017	0.02	C

برای تعیین میرایی معادل از رابطه (۱۸) استفاده می‌شود:

$$C_{eq} = \frac{W_d}{\pi \omega X_0^2} \quad (18)$$

که  $W_d$  انرژی تلف‌شده در یک سیکل،  $\omega$  فرکانس تحریک و  $X_0$  دامنه تحریک است. همچنین برای تعیین سفتی معادل از رابطه (۱۹) استفاده می‌شود:

$$K_{eq} = \frac{F_0}{x_0} \quad (19)$$

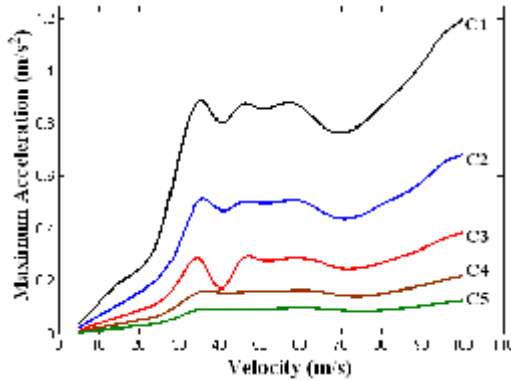
که  $F_0$  دامنه نیرو است.

با توجه به رابطه (۱۸) برای تعیین میرایی معادل، دانستن فرکانس تحریک لازم است، ولی چون تحریک ماهیت اتفاقی دارد، فرکانس ثابتی ندارد. در اینجا تنها فرکانس‌های ۱۰-۰ هرتز که اهمیت بیشتری دارند، در نظر گرفته می‌شود و برای هر یک به طور مجزا میرایی و سفتی محاسبه می‌شود. در روش اول میانگین عادی این ۱۰ میرایی و سفتی معادل و در روش دوم میانگین وزنی این ۱۰ میرایی و سفتی معادل به عنوان سفتی و میرایی معادل در نظر گرفته می‌شود. در تعیین میانگین وزنی، وزن هر یک از فرکانس‌ها با توجه به فیلتر اسپرلینگ تعیین می‌شود.

بنابراین، هر لاستیک در واقع بیانگر سه سامانه تعلیق مختلف است که در نمودارهای بعدی با نماد Nonlinear برای لاستیک واقعی، Eq1 برای سامانه معادل تعیین شده با روش اول و Eq2 مربوط به سامانه معادل تعیین شده با روش دوم، مشخص شده است.

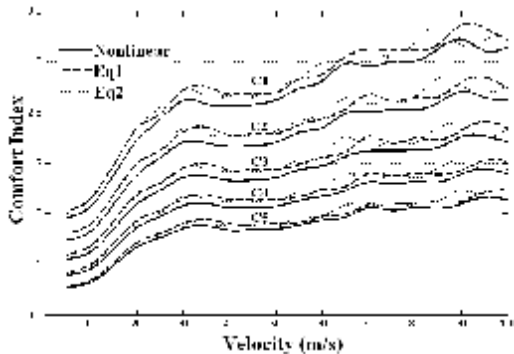
اندیس راحتی سفر به دست آمده برای لاستیک نوع ۱ برای کلاس‌های خط مختلف و با توجه به سرعت عبوری واگن، در شکل (۱۵) نشان داده شده است. همان طور که در شکل دیده می‌شود، با افزایش سرعت و کاهش کلاس خط، اندیس راحتی سفر افزایش می‌یابد و به این معنی





شکل ۱۸: نمودار ماکزیمم شتاب قائم برای واگن عبوری با سرعت‌های مختلف و کلاس‌های خط مختلف مربوط به لاستیک نوع ۲.

نمودار اندیس راحتی سفر بر حسب سرعت عبوری واگن برای واگن با سامانه تعلیق شکل یافته از لاستیک نوع ۳ در شکل (۱۹) نشان داده شده است. در این نمودار، باز هم در سرعت‌های کمتر از ۳۰ متر بر ثانیه نمودار، شیب بیشتری نسبت به سرعت‌های بالاتر دارد.

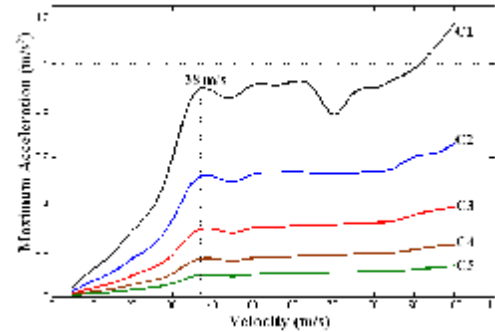


شکل ۱۹: اندیس راحتی سفر برای واگن عبوری با سرعت‌های مختلف و کلاس‌های خط مختلف مربوط به لاستیک نوع ۳.

با توجه به شکل (۱۹)، در مورد دو نوع فنر معادل به طور مشخص نمی‌توان هیچ یک را نسبت به دیگری دارای دقت بهتری در معادل سازی دانست، اما نکته قابل توجه این است که به کار بردن فنر معادل در تحلیل‌ها محافظه‌کارانه است؛ چرا که فنرهای معادل اندیس راحتی سفر بالاتری نسبت به لاستیک واقعی نتیجه می‌دهند.

با مقایسه نمودارهای شکل‌های (۱۵)، (۱۷) و (۱۹) که به ترتیب اندیس‌های راحتی سفر سه لاستیک نوع ۱، ۲ و ۳ را نشان می‌دهند می‌توان دریافت که:

- معادل‌سازی خطی لاستیک نوع ۳ نسبت به دو لاستیک دیگر دقت کمتری دارد که این موضوع را می‌توان به پایین بودن میزان سفتی

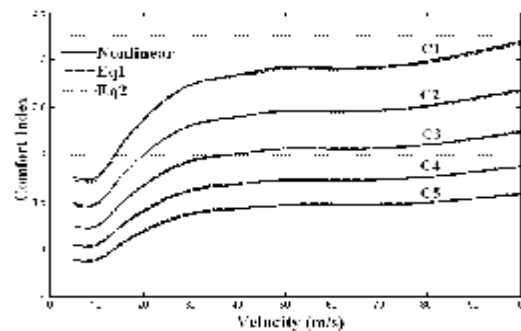


شکل ۱۶: ماکزیمم شتاب قائم برای واگن عبوری با سرعت‌های مختلف و کلاس‌های خط مختلف مربوط به لاستیک نوع ۱.

با توجه به شکل (۱۶)، نمودار ماکزیمم شتاب قائم بر حسب سرعت وسیله نقلیه مقدار ماکزیمی در سرعت حدود ۳۸ متر بر ثانیه دارد. با در نظر گرفتن تحریک وسیله نقلیه در این سرعت و به کارگیری تبدیل فوریه درمی‌یابیم که فرکانس غالب در این تحریک، ۱/۹۹ هرتز است. با توجه به اینکه فرکانس طبیعی سامانه تعلیق وسیله نقلیه ۲/۰۸۳۳ هرتز است، مشاهده می‌شود که این مقدار نزدیک به فرکانس طبیعی سامانه تعلیق وسیله نقلیه است.

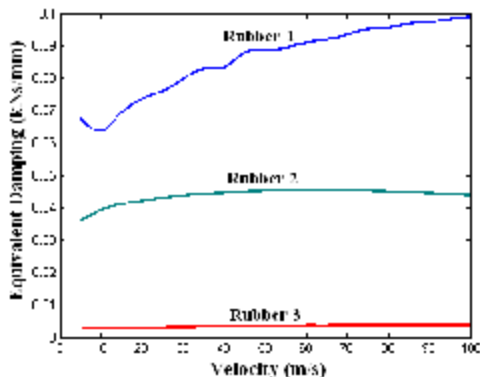
نتایج مربوط به اندیس راحتی سفر لاستیک نوع ۲ در شکل (۱۷) آمده است. با مقایسه نمودار شکل (۱۷) با نمودار شکل (۱۵) ملاحظه می‌شود که این دو نمودار بسیار به هم شبیه هستند. با بازگشت به جدول (۵) مشاهده می‌کنیم که عوامل دو لاستیک نوع ۱ و ۲ به جز ماکزیمم نیروی اصطکاکی به هم نزدیک هستند، پس این نتیجه چندان دور از انتظار نیست.

نمودار ماکزیمم شتاب قائم بر حسب سرعت برای لاستیک نوع ۲ و با کلاس‌های خط مختلف در شکل (۱۸) نشان داده شده است.



شکل ۱۷: اندیس راحتی سفر برای واگن عبوری با سرعت‌های مختلف و کلاس‌های خط مختلف مربوط به لاستیک نوع ۲.

لاستیک سوم سفتی تقریباً ثابتی به میزان ۰/۰۹ کیلونیوتن بر میلی‌متر دارد.



شکل ۲۲: میرایی معادل بر حسب سرعت عبوری واگن برای کلاس خط ۳.

با توجه به نمودار شکل (۲۲) بر خلاف سفتی معادل، میرایی معادل با افزایش سرعت حرکت واگن، افزایش می‌یابد. در ضمن، لاستیک نوع ۳ میرایی تقریباً ثابت و مستقل از سرعت حرکت واگن دارد و میزان آن تقریباً ۰/۰۰۳ کیلونیوتن ثانیه بر میلی‌متر است.

### نتیجه‌گیری

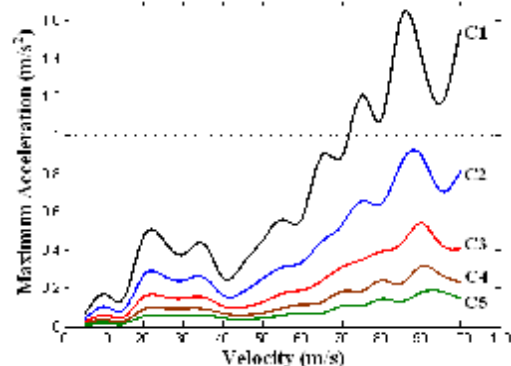
در مقاله حاضر، رفتار ارتعاشی لاستیک مورد بررسی قرار گرفت. برای این منظور مدلی که همخوانی آن با نتایج عملی به اثبات رسیده است، در شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفت. این شبیه‌سازی با اهداف زیر انجام گرفت:

- بررسی رفتار ارتعاشی المان‌های لاستیکی در سیستم تعلیق ثانویه قطار و بررسی میزان کارایی آنها در کاهش ارتعاش‌های وارد به مسافر در قطارهای مسافری.
  - بررسی روش‌های خطی‌سازی معادلات مشخصه رفتار دینامیکی لاستیک و دقت هر یک از آن.
  - بررسی وابستگی یا نبود وابستگی میرایی و سفتی المان‌های لاستیکی به سرعت قطار.
  - بررسی تأثیر کیفیت خط بر اندیس راحتی سفر قطارهای مسافری با سامانه تعلیق لاستیکی.
- ضمن برآورده شدن اهداف چهارگانه در این مطالعه تحقیقی، نتایج زیر را می‌توان به عنوان جمع‌بندی تحقیق انجام شده برشمرد:

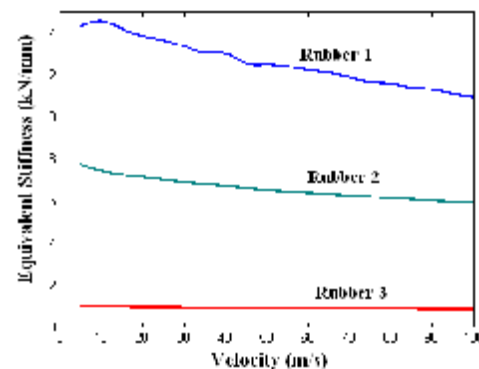
۱. با افزایش سرعت حرکت قطار و کاهش کلاس خط، راحتی سفر کاهش می‌یابد. نمودارهای

لاستیک نوع ۳ نسبت داد.

- در هر سه نوع لاستیک، تا سرعت حدود ۳۰ متر بر ثانیه، نمودار، شیب تندتری دارد. در مورد لاستیک‌های نوع ۱ و ۲ همچنین می‌توان گفت در سرعت‌های تقریباً بین ۳۰ تا ۸۰ متر بر ثانیه اندیس راحتی سفر مستقل از سرعت است. نمودار ماکزیمم شتاب قائم بر حسب سرعت برای لاستیک نوع ۳ و با کلاس‌های خط مختلف در شکل (۲۰) نشان داده شده است. می‌توان گفت با افزایش سرعت، ماکزیمم شتاب قائم به طور نسبی افزایش می‌یابد.



شکل ۲۰: نمودار ماکزیمم شتاب قائم برای واگن عبوری با سرعت‌های مختلف و کلاس‌های خط مختلف مربوط به لاستیک نوع ۳.



شکل ۲۱: سفتی معادل بر حسب سرعت عبوری واگن برای کلاس خط ۳.

نمودار سفتی و میرایی معادل بر حسب سرعت واگن برای سه نوع لاستیک، مربوط به کلاس خط ۳ به ترتیب در شکل‌های (۲۱) و (۲۲) آمده است. همان‌طور که در شکل ۲۱ دیده می‌شود، با افزایش سرعت حرکت واگن، میزان سفتی معادل کاهش می‌یابد. نرخ کاهش سفتی لاستیک نوع ۱ نسبت به دو لاستیک دیگر بیشتر است و

محاسبه سفتی و میرایی معادل، به جای استفاده از میانگین معمولی، از میانگین وزنی فرکانسی سفتی و میرایی در فرکانسهای ۱۰-۰ هرتز، استفاده شد. نتایج نشان می‌دهد که جواب‌های روش میانگین وزنی فرکانسی مورد استفاده، با تقریب بسیار خوبی به جواب‌های حالت واقعی (غیرخطی) میل می‌کند.

۴. در نمودار ماکزیمم شتاب قائم بر حسب سرعت با افزایش سرعت و کاهش کلاس خط، مقدار ماکزیمم شتاب قائم افزایش می‌یابد و حد راحتی سفر کاهش می‌یابد. با افزایش کلاس خط، روند افزایش ماکزیمم شتاب با شیب ملایم‌تری انجام می‌گیرد.

۵. بر خلاف سامانه‌های فنر و کمک فنر خطی که میرایی و سفتی آنها مستقل از سرعت حرکت قطار است، فنرهای لاستیکی میرایی و سفتی وابسته به سرعت دارند و نمی‌توان از یک میرایی و سفتی ثابت برای آنها در همه سرعت‌های حرکت استفاده کرد. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش سرعت حرکت واگن، میزان سفتی معادل لاستیک کاهش و میرایی معادل آن افزایش می‌یابد.

اندیس راحتی سفر بر حسب سرعت حرکت قطار، در سرعت‌های متوسط رو به بالا شیب یکسان دارند. به عبارت دیگر در سرعت‌های حدود ۱۰۰-۳۰ متر بر ثانیه، شیب تغییرات اندیس راحتی سفر مستقل از سرعت وسیله نقلیه است.

۲. در نمودارهای اندیس راحتی سفر بر حسب سرعت حرکت قطار، سه ناحیه مختلف قابل تمایز است. ناحیه اول با افزایش خطی اندیس راحتی سفر تا سرعت حدود ۳۰ متر بر ثانیه همراه است. در این سرعت‌ها، افزایش سرعت با کاهش شدید راحتی سفر همراه است. ناحیه دوم محدوده سرعت ۸۰-۳۰ متر بر ثانیه را در بر می‌گیرد. در این سرعت‌ها با افزایش سرعت حرکت، راحتی سفر کاهش چندانی نخواهد داشت. ناحیه سوم شامل سرعت‌های بالای ۸۰ متر بر ثانیه است که با افزایش خطی دوباره اندیس راحتی سفر همراه است. در این ناحیه افزایش سرعت با کاهش کمتری در راحتی سفر (نسبت به ناحیه اول) همراه است.

۳. برای معادل‌سازی المان غیرخطی لاستیک با سفتی و میرایی خطی، روش جدیدی ارائه شد. در این روش که برای اولین بار ارائه شده است، برای

## مراجع

- 1 - Berg, M. (1998). "A non-linear rubber spring model for rail vehicle dynamic analysis." *J. of Vehicle System Dynamics*, Vol. 30, PP. 197-212.
- 2 - Iwnicki, S. (2006). *Handbook of Railway Vehicle Dynamics*, CRC Taylor and Francis Publishers.
- 3 - Austrell, P. E. (1997). *Modelling of elasticity and damping for filled elastomers.*, PhD thesis, Report TVSM-1009, Division of Structural Mechanics, Lund University, Lund, Sweden.
- 4 - Wu, Y. S. and Yang, Y. B. (2003). "Steady-state response and riding comfort of trains moving over a series of simply supported bridges." *J. of Engineering Structures*, Vol. 25, PP. 251-265.
- 5 - Kargarnovin, M. H., Younesian, D., Thompson, D. J. and Jones, C. J. C. (2005). "Ride comfort of high-speed trains travelling over railway bridges." *J. of Vehicle System Dynamics*, Vol.43, No.3, PP. 173-199.
- 6 - Yau, J. D., Yang, Y. B. and Kuo, S. R. (1999). "Impact response of high-speed rail bridges and riding comfort of rail cars." *J. of Engineering Structures*, Vol. 25, PP. 251-265.
- 7 - Lin, Y., Xin, L., Yang, C. and Zou, Z. (2001). "Study on dynamic response of train excited by the irregularity of track on the high speed railway bridge." *J. of VIBRATION and Shock*, Vol. 3, PP. 47-49.
- 8 - Luo, R. K., Wu, W. X. and Mortel, W. J. (2000). "Effect of loading environment on rubber bolster springs used in railway vehicle bogies." *Plastics, Rubber and Composites*, Vol. 29, No. 2, PP. 88-91.
- 9 - Luo, R.K., Cook, P. W., Wu, W. X. and Mortel, W. J. (2003), "Fatigue design of rubber springs used in rail vehicle suspensions." *J. of Rail and Rapid Transit*, Vol. 217, PP. 237-240.

- 10 - Freakley, P. K. and Payne, A. R. (1978). *Theory and Practice of Engineering with Rubber*. Applied Science Pub. Co., London.
- 11 - Ferry, J. D. (1980). *Viscoelastic Properties of Polymers.*, 3<sup>th</sup>. Ed. , Wiley Pub. Co., New York.
- 12 - Harris, J. and Stevenson, A. (1986). "On the role of nonlinearity in the dynamic behavior of rubber components." *J. of Rubber Chemistry and Technology.*, Vol. 59, PP. 741-764.
- 13 - Yeoh, O. H. (1990). "Characterization of elastic properties of carbon-black-filled rubber vulcanizates." *J. of Rubber Chemistry and Technology.*, Vol. 63, PP. 792-805.
- 14 - Eickhoff, B. M., Evans, J. R. and Minnis, A. J. (1995). "A review of modeling methods for railway vehicle suspension components." *J. of Vehicle System Dynamics*, Vol. 24, PP. 469-496.
- 15 - Berg, M. (1997). "A model for rubber springs in the dynamic analysis of rail vehicles." *J. of Rail and Rapid Transit*, Vol. 112, PP. 95-108.
- 16 - Fryba L. (1996). *Dynamics of Railway Bridges.*, Thomas Telford Pub. Co., London.

#### واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1 - Ride Model
- 2 - Power Spectral Density
- 3 - Monte-Carlo
- 4 - Sperling
- 5 - Limiting value
- 6 - Euro Code
- 7 - Root Mean Square (RMS)